**Kaya Han Taş**

**20183405003**

**UBT**

***NÜMERİK YÖNTEMLER FİNAL ÖDEVİ***

***SORU 1:***

*diferansiyel denklemini başlangıç değeri ile aralığında aşağıdaki adımları kullanarak çözünüz. Her bir adımda elde ettiğiniz çözümü analitik çözümle birlikte aralığında grafiğini çizdirin. Nümerik çözümünüzün her bir h değeri için noktasındaki bağıl hatasını bulun. Analitik çözümün olduğunu not ediniz.*

***ÇÖZÜM:***

Sorumuzu Euler Yöntemi ile çözebiliriz. Bunun için öncelikle Euler Yönteminin nasıl çalıştığını incelemek güzel bir başlangıç olacaktır. Kullanmamız gereken algoritmayı aşağıdaki şekilde yazabiliriz:

olsun. İterasyon yapmak için kullanacağımız formülü şu şekilde yazıyoruz;

Görüleceği üzere ifadesi yerine ’yi yazabilmekteyiz. Bu şekilde denklemimizi düzenleyerek sorularımızda çözümlerimizi gerçekleştiriyoruz.

Bu formülün bulundurduğu parametreleri sırasıyla tanımlayabiliriz. Öncelikle ise bize soru şıklarında verilen adım aralıklarını temsil etmektedir.

bizim yaklaşım/iterasyon yapmamız sonucu elde ettiğimiz yeni kök değeridir. ise tabii ki de eski kök değerimizdir. Sorumuzda başlangıç değerine baktığımızda ilk yani değerimizin 1 olduğunu görebiliriz. (’dir. Yani ’de sırasıyla fonksiyonunun içindeki değer ve fonksiyonunun değeri kullanılacaktır.)

yani ise bizim diferansiyel denklemimizi temsil etmektedir. Soruda görüleceği üzere fonksiyonu ifadesine denk gelmektedir. İlk adımda yapacağımız şey başlangıç değerini göz önünde bulundurursak yerine 1, yerine 0 yazmak olacaktır. Çünkü başlangıç değerimiz olarak gösterilmiştir. Fonksiyonun sonucu tabii ki de bize değerini veriyor olup fonksiyon içindeki değer ise bize değerini vermektedir. Ayrıca belirtmemiz gerekir ki soruda verilen aralığı değerleri içindir.

Soruyu çözmeye başlamadan önce bizden istenen hata hesabı için noktasında diferansiyel denklemimizin analitik çözümünü bulmamız gerekecektir. Bunun için soruda verilen analitik çözümü yazıyoruz.

Anlaşılacağı üzere noktasındaki çözüm demek aslında bu çözümde yerine 2’yi yerine yazıp bu işlemin sonucunu bulmak anlamına gelmektedir. Bunu göz önünde bulundurarak 2’yi analitik çözümde yerine yazıyoruz.

Buradan işlemi yaparsak elde edeceğimiz sonuç:

Bu değer bizim noktasındaki analitik çözümümüz olup hata hesabında kullanılacaktır. Hata hesabımız ise aşağıdaki formül ile gerçekleştirilecektir.

Bu işlem sonucunda elde edilen hata bize % hatayı verecektir.

Bu ön bilgiler ışığında artık sorumuzu çözmeye başlayabiliriz.

***Bu sorunun çözümü python kodu yardımıyla yapılmış olup sorunun sonunda kullanılan kod verilmiştir.***

***a) adım aralığı***

*1. İterasyon:*

İlk olarak başlangıç değerimizi kullanıyoruz.

Başlangıç değerinden elde edilen x ve y değerleri aşağıdaki gibidir. ( olarak düşünülebilir)

ve

Buna göre ilk iterasyonumuzu gerçekleştirebiliriz.

veya

Diferansiyel denklemimizi ifadesinin yerine yazıyoruz.

Son olarak ve değerlerini adım aralığı ile beraber yerine yerleştiriyoruz.

Buradan yani ilk kök yaklaşımımızı hesaplıyoruz.

Bu ifadeyi ayrıca yukarıda parantez içinde belirttiğimiz üzere aşağıdaki biçimde yazabiliriz.

*2. İterasyon:*

Artık fonksiyonumuza yazacağımız değerler ve ’dir. Yukarıda en son bahsettiğimiz üzere ifadesini olarak yazabiliriz. Buradan ’in 0.1, ’in ise 0.88000 değerine denk geldiğini anlayabiliriz. Bu bilgiyi kullanarak yeniden bütün adımları teker teker yazıyoruz.

Bu nedenle ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyonumuzu gerçekleştirebiliriz.

Diferansiyel denklemimizi ifadesinin yerine yazıyoruz.

Son olarak ve değerlerini adım aralığı ile beraber yerine yerleştiriyoruz.

Buradan yani ikinci kök yaklaşımımızı hesaplıyoruz.

Bu ifadeyi ayrıca aşağıdaki biçimde yazabiliriz.

*3. İterasyon:*

Buradan itibaren artık ifadeleri olarak da gösterilecektir. Yani artık aşağıdaki iterasyon formülümüzü çözümlerde kullanacağız. (Sadece gösterimler değiştirildi, formülümüz yine aynı.)

Şimdi 2. İterasyonda bulduğumuz sonuç ile devam ediyoruz.

Yani ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyonumuzu gerçekleştirebiliriz.

Diferansiyel denklemimizi ifadesinin yerine yazıyoruz.

Son olarak ve değerlerini adım aralığı ile beraber yerine yerleştiriyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Bu iterasyondan itibaren işlemlerin bütün iterasyonlarda aynı mantığa dayalı olması nedeniyle işlemler ayrıntılı olarak gösterilmeyecektir.

*4. İterasyon:*

3. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*5. İterasyon:*

4. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*6. İterasyon:*

5. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*7. İterasyon:*

6. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*8. İterasyon:*

7. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*9. İterasyon:*

8. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*10. İterasyon:*

9. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*11. İterasyon:*

10. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*12. İterasyon:*

11. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*13. İterasyon:*

12. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*14. İterasyon:*

13. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*15. İterasyon:*

14. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*16. İterasyon:*

15. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*17. İterasyon:*

16. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*18. İterasyon:*

17. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*19. İterasyon:*

18. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*20. İterasyon:*

19. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

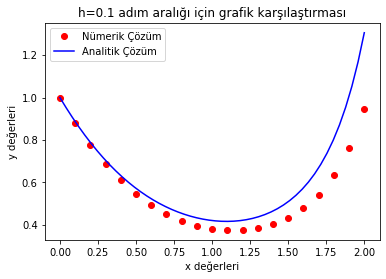
ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Soruda bizden istenen değerini nümerik çözüm olarak bulduk. Sorunun en başında ’de analitik çözümün olduğunu bulmuştuk. Şimdi bu değerler ile hata hesabını yapıyoruz.

Şimdi her bir iterasyonda bulduğumuz kök değerleri ile yani analitik çözümün grafiksel olarak karşılaştırmasını bir python kodu ile çizdiriyoruz. (**Python kodu sorunun en sonunda verilmiştir**)



***b) adım aralığı***

*1. İterasyon:*

Yapılacak işlemler yine aynı olup sadece değerimiz işlemlerde önceki 0.1 değeri yerine 0.25 değerine sahip olacaktır. Bu önceki şıkta olan iterasyon sayısından daha az sayıda iterasyon yapacağımız anlamına gelmektedir. İlk iterasyonu ayrıntılı olarak çözüp diğer iterasyonları yine işlemler ayrıntılı olarak gösterilmeyecektir.

İlk olarak başlangıç değerimizi kullanıyoruz.

Yani ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyonumuzu gerçekleştirebiliriz.

Diferansiyel denklemimizi ifadesinin yerine yazıyoruz.

Son olarak ve değerlerini adım aralığı ile beraber yerine yerleştiriyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*2. İterasyon:*

1. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*3. İterasyon:*

2. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*4. İterasyon:*

3. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*5. İterasyon:*

4. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*6. İterasyon:*

5. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*7. İterasyon:*

6. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*8. İterasyon:*

7. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

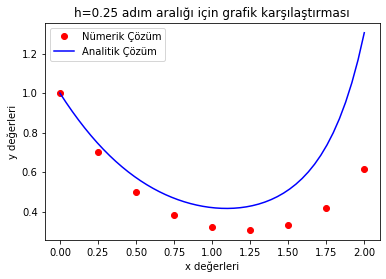
ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Soruda bizden istenen değerini nümerik çözüm olarak bulduk. Sorunun en başında ’de analitik çözümün olduğunu bulmuştuk. Şimdi bu değerler ile hata hesabını yapıyoruz.

Şimdi her bir iterasyonda bulduğumuz kök değerleri ile yani analitik çözümün grafiksel olarak karşılaştırmasını bir python kodu ile çizdiriyoruz. (**Python kodu sorunun en sonunda verilmiştir**)



***c) adım aralığı***

*1. İterasyon:*

Yapılacak işlemler yine aynı olup sadece değerimiz işlemlerde önceki 0.25 değeri yerine 0.5 değerine sahip olacaktır. Bu önceki şıkta olan iterasyon sayısından daha az sayıda iterasyon yapacağımız anlamına gelmektedir. İlk iterasyonu ayrıntılı olarak çözüp diğer iterasyonları yine işlemler ayrıntılı olarak gösterilmeyecektir.

İlk olarak başlangıç değerimizi kullanıyoruz.

Yani ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyonumuzu gerçekleştirebiliriz.

Diferansiyel denklemimizi ifadesinin yerine yazıyoruz.

Son olarak ve değerlerini adım aralığı ile beraber yerine yerleştiriyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*2. İterasyon:*

1. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*3. İterasyon:*

2. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

*4. İterasyon:*

3. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

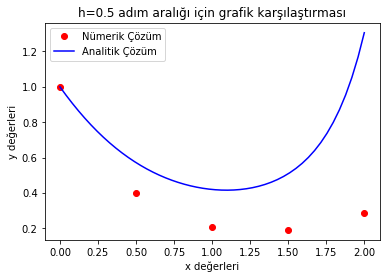
ve

Şimdi iterasyon formülünde bütün ifadeleri yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Soruda bizden istenen değerini nümerik çözüm olarak bulduk. Sorunun en başında ’de analitik çözümün olduğunu bulmuştuk. Şimdi bu değerler ile hata hesabını yapıyoruz.

Şimdi her bir iterasyonda bulduğumuz kök değerleri ile yani analitik çözümün grafiksel olarak karşılaştırmasını bir python kodu ile çizdiriyoruz. (**Python kodu sorunun en sonunda verilmiştir**)



Buradan anlaşılacağı üzere adım aralıklarını ne kadar küçük alırsak analitik çözüme o kadar yaklaşacak olup, adım aralıklarını büyültmemiz durumunda bulunan sonuçlar analitik çözümden uzaklaşacaktır. Bunun kanıtı olarak python kodunu kullanarak adım aralığı 0.001 olarak alınmış olup sonuç olarak değeri olarak bulundu. Bu değerin ’nin analitik çözüm ile elde edilen değeri olan gayet yakın bir değer olduğu barizdir. Adım aralığı daha da küçültülerek analitik çözümden elde edilen sonuca daha da yaklaşılabilir.

***1. SORUDA KULLANILAN KODLAR:***

***Euler Yöntemi Çözüm Algoritması***

*h=float(input("Adim araligini giriniz: "))*

*x=0.0*

*y=1.0*

*def f(x,y):*

*return float((y\*pow(x,2))-(1.2\*y))*

*while x<2.000001:*

*print(y)*

*y=y+(f(x,y)\*h)*

*x=x+h*

***1a şıkkında (h=0.1) bulunan grafiğin kodu***

*import matplotlib.pyplot as plt*

*import numpy as np*

*plt.xlabel('x değerleri')*

*plt.ylabel('y değerleri')*

*plt.title('h=0.1 adım aralığı için grafik karşılaştırması')*

*x1=np.array([0,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,1.0,1.1,*

*1.2,1.3,1.4,1.5,1.6,1.7,1.8,1.9,2.0])*

*y1=np.array([1.0,0.88000,0.77528,0.68535,0.60927,0.54591,*

*0.49405,0.45255,0.42042,0.39687,0.38140,0.37377,*

*0.37414,0.38312,0.40189,0.43244,0.47784,0.54283,*

*0.63457,0.76402,0.94815])*

*plt.plot(x1,y1,'ro',label="Nümerik Çözüm")*

*x2=np.linspace(0,2)*

*y2=np.exp((pow(x2,3)/3)-(1.2\*x2))*

*plt.plot(x2,y2,'b',label="Analitik Çözüm")*

*plt.legend(loc='upper left')*

***1b şıkkında (h=0.25) bulunan grafiğin kodu***

*import matplotlib.pyplot as plt*

*import numpy as np*

*plt.xlabel('x değerleri')*

*plt.ylabel('y değerleri')*

*plt.title('h=0.25 adım aralığı için grafik karşılaştırması')*

*x1=np.array([0.00,0.25,0.50,0.75,1.0,1.25,1.50,1.75,2.00])*

*y1=np.array([1.0,0.70000,0.50094,0.38196,0.32109,0.30503,*

*0.33269,0.42001,0.61557])*

*plt.plot(x1,y1,'ro',label="Nümerik Çözüm")*

*x2=np.linspace(0,2)*

*y2=np.exp((pow(x2,3)/3)-(1.2\*x2))*

*plt.plot(x2,y2,'b',label="Analitik Çözüm")*

*plt.legend(loc='upper left')*

***1c şıkkında (h=0.5) bulunan grafiğin kodu***

*import matplotlib.pyplot as plt*

*import numpy as np*

*plt.xlabel('x değerleri')*

*plt.ylabel('y değerleri')*

*plt.title('h=0.5 adım aralığı için grafik karşılaştırması')*

*x1=np.array([0.0,0.5,1.0,1.5,2.0])*

*y1=np.array([1.0,0.40000,0.21000,0.18900,0.28822])*

*plt.plot(x1,y1,'ro',label="Nümerik Çözüm")*

*x2=np.linspace(0,2)*

*y2=np.exp((pow(x2,3)/3)-(1.2\*x2))*

*plt.plot(x2,y2,'b',label="Analitik Çözüm")*

*plt.legend(loc='upper left')*

***SORU 2:***

*Birinci soruda verilen problemi İyileştirilmiş Euler Yöntemi ile çözün ve her bir h değeri için noktasındaki bağıl hatasını bulun.*

***ÇÖZÜM:***

Öncelikle İyileştirilmiş/Geliştirilmiş Euler Yöntemi hakkında konuşmak iyi olacaktır. Kullanmamız gereken algoritmayı şu şekilde yazabiliriz:

olsun. İterasyon yapmak için kullanacağımız formülümüz iki aşamalıdır. İlk olarak kullanılacak formül aşağıdaki gibidir.

Buradan yani değeri bulunur. Ardından asıl kök yaklaşımımız için aşağıdaki formül kullanılır.

Burada kullanılan mantık Euler Yönteminde yani bir önceki soruda kullandığımız mantık ile yine aynıdır. İşlem algoritmasını anlatmamız sorunun çözümünün anlaşılması açısından uygun olacaktır.

Öncelikle değeri verdiğimiz formülden hesaplanır. Zaten bu hesaplama bir önceki soruda yaptığımız hesaplama ile neredeyse aynı olup sadece adım aralığı yerine adım aralığının ikiye bölümü ile fonksiyonumuz çarpılır. Bu değer hesaplandıktan sonra ve birer sayı olmak üzere tarzı bir fonksiyon elde etmiş olacağız.

İşte bu fonksiyonu ’ı bulmak için kullandığımız denklemde ifadesini hesaplamak için kullanıyoruz. Burada yine mantığımız aynı. ’de sayısı değerine, sayısı ise değerine karşılık gelmektedir. (Hatırlanacağı üzere ’dir. Yani ’de sırasıyla fonksiyonunun içindeki değer ve fonksiyonunun değeri kullanılacaktır. Bundan önceki soruda zaten bahsetmiştik.)

Ayrıca tekrar belirtmek gerekir ki ve aynı şekilde fonksiyonu ifadesine denk gelmektedir. Zaten fonksiyonumuz olarak tanımlanmış olup sadece fonksiyonda yerine yazarken ve değerleri farklıdır.

Son olarak yeniden kullanılacak bağıl hata denklemini hatırlama amaçlı yazabiliriz.

Bu ön bilgiler ışığında artık sorumuzu çözmeye başlayabiliriz.

***Bu sorunun çözümü python kodu yardımıyla yapılmış olup sorunun sonunda kullanılan kod verilmiştir.***

***a) adım aralığı***

*1. İterasyon:*

İlk olarak başlangıç değerimize bakıyoruz.

Başlangıç değerinden elde edilen x ve y değerleri aşağıdaki gibidir. ( olarak düşünülebilir)

ve

Şimdi bahsettiğimiz ilk formülü kullanmak üzere yazıyoruz.

Diferansiyel denklemimizi ifadesinin yerine yazıyoruz.

Şimdi , ve adım aralığı değerlerini yerine yazabiliriz.

Buradan yani değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen x ve y değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi ikinci formülümüzü kullanmak üzere yazıyoruz.

Diferansiyel denklemimizi ifadesinin yerine yazıyoruz.

Şimdi , ve adım aralığı değerlerini yerine yazabiliriz.

Buradan ilk kök yaklaşımımız olan değeri elde edilir.

Buradan itibaren işlemlerimiz aynı mantığa dayalı olduğundan ayrıntılı bir şekilde gösterilmeyecektir.

*2. İterasyon:*

1. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*3. İterasyon:*

2. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*4. İterasyon:*

3. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*5. İterasyon:*

4. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*6. İterasyon:*

5. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*7. İterasyon:*

6. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*8. İterasyon:*

7. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*9. İterasyon:*

8. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*10. İterasyon:*

9. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*11. İterasyon:*

10. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*12. İterasyon:*

11. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*13. İterasyon:*

12. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*14. İterasyon:*

13. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*15. İterasyon:*

14. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*16. İterasyon:*

15. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*17. İterasyon:*

16. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*18. İterasyon:*

17. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*19. İterasyon:*

18. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*20. İterasyon:*

19. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

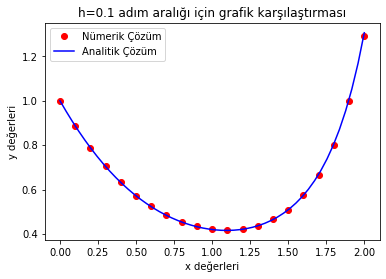
ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

Soruda bizden istenen değerini nümerik çözüm olarak bulduk. 1. sorunun en başında ’de analitik çözümün olduğunu bulmuştuk. Şimdi bu değerler ile hata hesabını yapıyoruz.

**Ekstra:** Her bir iterasyonda bulduğumuz kök değerleri ile analitik çözümünün grafiksel olarak karşılaştırması. (**Python kodu bu grafik ekstra ekleme olduğundan dolayı verilmemiştir.)**



Görüleceği üzere Geliştirilmiş Euler metodu, 1. Soruda kullandığımız Euler metoduna göre çok daha iyi bir yaklaşım yapabilmektedir.

***b) adım aralığı***

*1. İterasyon:*

Yapılacak işlemler yine aynı olup sadece değerimiz işlemlerde önceki 0.1 değeri yerine 0.25 değerine sahip olacaktır. Bu önceki şıkta olan iterasyon sayısından daha az sayıda iterasyon yapacağımız anlamına gelmektedir. İşlemler bu sefer direkt olarak ayrıntısız olarak gösterilecektir. Sadece değerimiz değişmekte olup başka hiç bir şey değişmemektedir. ve olarak formüllerde kullanılacaktır.

Soruda verilen başlangıç değerine sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*2. İterasyon:*

1. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*3. İterasyon:*

2. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*4. İterasyon:*

3. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*5. İterasyon:*

4. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*6. İterasyon:*

5. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*7. İterasyon:*

6. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*8. İterasyon:*

7. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

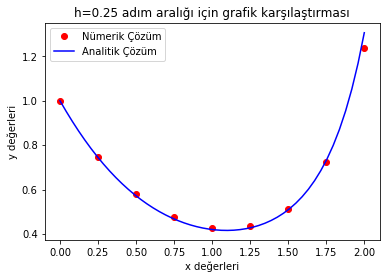
Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

Soruda bizden istenen değerini nümerik çözüm olarak bulduk. 1. sorunun en başında ’de analitik çözümün olduğunu bulmuştuk. Şimdi bu değerler ile hata hesabını yapıyoruz.

**Ekstra:** Her bir iterasyonda bulduğumuz kök değerleri ile analitik çözümünün grafiksel olarak karşılaştırması. (**Python kodu bu grafik ekstra ekleme olduğundan dolayı verilmemiştir.)**

**(Grafik sonraki sayfada)**



Yine görüleceği üzere Geliştirilmiş Euler metodu, 1. Soruda kullandığımız Euler metoduna göre, adım aralıkları büyültülmesine rağmen çok daha iyi bir yaklaşım yapabilmektedir.

***c) adım aralığı***

*1. İterasyon:*

Yapılacak işlemler yine aynı olup sadece değerimiz işlemlerde önceki 0.1 değeri yerine 0.25 değerine sahip olacaktır. Bu önceki şıkta olan iterasyon sayısından daha az sayıda iterasyon yapacağımız anlamına gelmektedir. İşlemler bu sefer direkt olarak ayrıntısız olarak gösterilecektir. Sadece değerimiz değişmekte olup başka hiç bir şey değişmemektedir. ve olarak formüllerde kullanılacaktır.

Soruda verilen başlangıç değerine sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*2. İterasyon:*

1. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*3. İterasyon:*

2. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*4. İterasyon:*

3. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin birincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan değerini elde ediyoruz.

Buradan elde edilen ve değerleri aşağıdaki gibidir.

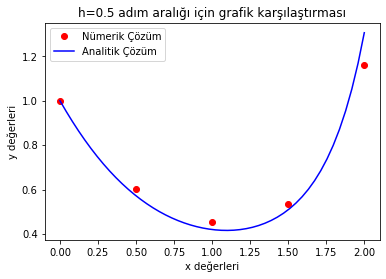
ve

Şimdi değeri ile beraber diğer bütün ifadeleri başta verdiğimiz iterasyon formüllerinin ikincisinde yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

Soruda bizden istenen değerini nümerik çözüm olarak bulduk. 1. sorunun en başında ’de analitik çözümün olduğunu bulmuştuk. Şimdi bu değerler ile hata hesabını yapıyoruz.

**Ekstra:** Her bir iterasyonda bulduğumuz kök değerleri ile analitik çözümünün grafiksel olarak karşılaştırması. (**Python kodu bu grafik ekstra ekleme olduğundan dolayı verilmemiştir.)**



Yine görüleceği üzere Geliştirilmiş Euler metodu, 1. Soruda kullandığımız Euler metoduna göre, adım aralıkları daha da büyültülmesine rağmen çok daha iyi bir yaklaşım yapabilmektedir.

***2. SORUDA KULLANILAN KODLAR:***

***Geliştirilmiş/İyileştirilmiş Euler Yöntemi Çözüm Algoritması***

*h=float(input("Adim araligini giriniz: "))*

*x=0.0*

*y=1.0*

*y\_half=0.0*

*x2=0.0*

*def f(x,y):*

*return float((y\*pow(x,2))-(1.2\*y))*

*while x<2.000001:*

*print("2. iterasyon denkleminde kullanilan y fonksiyonu degeri:",y\_half)*

*print("2. iterasyon denkleminde kullanilan y fonksiyonunun x degeri: ",x2)*

*print("Yaklasilan kok degeri:",y)*

*print("Yaklasilan kokun fonksiyonunun x degeri: ",x)*

*print(40\*"-")*

*y\_half=y+(f(x,y)\*(h/2))*

*y=y+(f((x+(h/2)),y\_half)\*h)*

*x2=x+(h/2)*

*x=x+h*

***SORU 3:***

*denklemini başlangıç değeri altında 4ncü dereceden Runge-Kutta yöntemini kullanarak aralığında alarak çözünüz. Bu problemi çözen ve nümerik çözümü analitik çözümle grafik olarak karşılaştıran python kodunu yazınız.*

***ÇÖZÜM:***

Bu soruyu çözmeden önce önceki sorularda yaptığımız gibi metodumuzu yani 4. dereceden Runge-Kutta Metodunu/Yöntemini konuşmak iyi olacaktır.

4. dereceden Runge-Kutta metodunda kullanılacak genel iterasyon formülü aşağıdaki gibidir.

Bu formülde bulunan ve değerlerini sırasıyla aşağıdaki formüller ile hesaplıyoruz.

Bu soruda ilk olarak 4. Dereceden Runge-Kutta Yöntemini kullanarak diğer sorularda yaptığımız gibi aşamalı çözüm yapılacaktır. **Sorunun bir sonraki aşamasında hem soruda elde edilen kökleri bulan hem de grafiksel karşılaştırmayı çizdiren bir Python kodu verilecektir. Ayrıca soruda bulunan parametreler yine sorunun sonunda verilecek** **Python kodu yardımıyla çözülmüştür.**

Bu ön bilgiler ışığında artık sorumuzu çözmeye başlayabiliriz.

*1. İterasyon:*

Soruda verilen başlangıç değerine sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi sırasıyla verdiğimiz formüllerde her şeyi yerine yazarak ve değerlerini elde ediyoruz. Burada yine belirtmemiz gerekir ki ’dir.

İlk olarak ’i buluyoruz. Zaten elimizde ve değerleri bulunmakta olduğundan kolaylıkla bu değeri elde edebiliriz.

Aynı şekilde ’yi kendi formülü ile buluyoruz.

Şimdi ’ü kendi formülü ile buluyoruz.

Son olarak ’ü kendi formülü ile buluyoruz.

Artık ilk kök yaklaşımımız olan ’i elde edebiliriz.

Az önce hesapladığımız ve bildiğimiz değerleri fonksiyonda yerine yazıyoruz.

Buradan değeri bulunur.

Bu iterasyondan itibaren işlemler daha basit bir biçimde gösterilecektir.

*2. İterasyon:*

1. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi sırasıyla verdiğimiz formüllerde her şeyi yerine yazarak ve değerlerini elde ediyoruz.

İlk olarak ’i buluyoruz.

Aynı şekilde ’yi kendi formülü ile buluyoruz.

Şimdi ’ü kendi formülü ile buluyoruz.

Son olarak ’ü kendi formülü ile buluyoruz.

Artık kök yaklaşımımız olan ’ı elde edebiliriz. Az önce hesapladığımız ve bildiğimiz değerleri fonksiyonda yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*3. İterasyon:*

2. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi sırasıyla verdiğimiz formüllerde her şeyi yerine yazarak ve değerlerini elde ediyoruz.

İlk olarak ’i buluyoruz.

Aynı şekilde ’yi kendi formülü ile buluyoruz.

Şimdi ’ü kendi formülü ile buluyoruz.

Son olarak ’ü kendi formülü ile buluyoruz.

Artık kök yaklaşımımız olan ’i elde edebiliriz. Az önce hesapladığımız ve bildiğimiz değerleri fonksiyonda yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

*4. İterasyon:*

3. İterasyonda elde ettiğimiz sonucuna göre ve değerleri aşağıdaki gibidir.

ve

Şimdi sırasıyla verdiğimiz formüllerde her şeyi yerine yazarak ve değerlerini elde ediyoruz.

İlk olarak ’i buluyoruz.

Aynı şekilde ’yi kendi formülü ile buluyoruz.

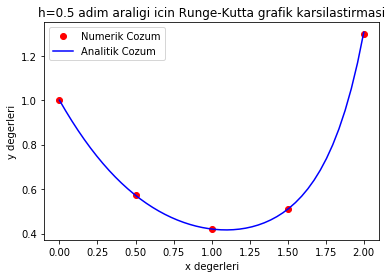
Şimdi ’ü kendi formülü ile buluyoruz.

Son olarak ’ü kendi formülü ile buluyoruz.

Artık kök yaklaşımımız olan ’ı elde edebiliriz. Az önce hesapladığımız ve bildiğimiz değerleri fonksiyonda yerine yazıyoruz.

Buradan kök yaklaşımımızı elde ediyoruz.

Şimdi her bir iterasyonda bulduğumuz kök değerleri ile yani analitik çözümün grafiksel olarak karşılaştırmasını bir python kodu ile çizdiriyoruz.



Bu grafikten anlaşılacağı üzere 4. Dereceden Runge-Kutta Yöntemi adım aralıkları büyük olmasına rağmen diğer iki soruda kullandığımız Euler ve Geliştirilmiş Euler yöntemlerinden çok daha iyi bir sonuç vermektedir.

**Bu grafiği çizdiren ve soruyu çözen python kodumuz bir sonraki sayfada verilmiştir.**

***SORUYU ÇÖZDÜREN VE GRAFİKLİ KARŞILAŞTIRMA YAPAN PYTHON KODU***

*import matplotlib.pyplot as plt*

*import numpy as np*

*h=float(input("Adim araligini giriniz: "))*

*x=0.0*

*y=1.0*

*xlist=[0.0]*

*ylist=[1.0]*

*def f(x,y):*

*return float((y\*pow(x,2))-(1.2\*y))*

*print("Numerik cozumlerden elde edilen y degerleri asagidaki gibidir: ")*

*print(50\*"-")*

*print("y degerleri")*

*print(50\*"-")*

*while x<2.0:*

*k1=f(x,y)*

*k2=f((x+(h/2)),(y+(1/2\*k1\*h)))*

*k3=f((x+(h/2)),(y+(1/2\*k2\*h)))*

*k4=f(x+h,(y+k3\*h))*

*y=y+(1/6\*(k1+2\*k2+2\*k3+k4)\*h)*

*print(y)*

*print(50\*"-")*

*x=x+h*

*ylist.append(y)*

*xlist.append(x)*

*plt.xlabel('x degerleri')*

*plt.ylabel('y degerleri')*

*plt.title('h=0.5 adim araligi icin Runge-Kutta grafik karsilastirmasi')*

*x1=np.array(xlist)*

*y1=np.array(ylist)*

*plt.plot(x1,y1,'ro',label="Numerik Cozum")*

*x2=np.linspace(0,2)*

*y2=np.exp((pow(x2,3)/3)-(1.2\*x2))*

*plt.plot(x2,y2,'b',label="Analitik Cozum")*

*plt.legend(loc='upper left')*

*plt.show()*

***Ayrıca çözümde diğer terimleri bulmak için kullanılan python kodu***

*h=float(input("Adim araligini giriniz: "))*

*x=0.0*

*y=1.0*

*def f(x,y):*

*return float((y\*pow(x,2))-(1.2\*y))*

*print(50\*"-")*

*print(50\*"-")*

*while x<2.0:*

*k1=f(x,y)*

*k2=f((x+(h/2)),(y+(1/2\*k1\*h)))*

*k3=f((x+(h/2)),(y+(1/2\*k2\*h)))*

*k4=f(x+h,(y+k3\*h))*

*y=y+(1/6\*(k1+2\*k2+2\*k3+k4)\*h)*

*print(k1)*

*print(k2)*

*print(k3)*

*print(k4)*

*print(y)*

*print(50\*"-")*

*print(50\*"-")*

*x=x+h*

***SORU 4:***

*İki ve üç boyutta Rastgele Adım teoremini uygulayan python kodunu yazınız. Her bir adımda başlangıç noktasına olan uzaklığı R hesaplayın, atılan adım sayısını kaydedin. Kodun sonunda R’yi N adım sayısı olmak üzere 2 ve 3 boyut için ’ye göre çizdirin.*

***ÇÖZÜM:***

Python kodları 2D ve 3D için ayrı ayrı sonraki sayfalarda verilmiştir.

***2D Rastgele Adım Python Kodu (Grafik ile beraber)***

*from numpy.random import seed, rand*

*from random import choice*

*from datetime import datetime, date, time*

*import math*

*N=int(input("Adim sayisini giriniz: "))*

*xilk=0*

*yilk=0*

*xson=0*

*yson=0*

*R=0*

*Rlist=[0]*

*sqrtNlist=[0]*

*random=rand(N)*

*for i in range(N):*

*datetime=datetime.now()*

*seed(datetime.microsecond%1000)*

*random=rand()*

*if random<0.25:*

*xson=xson-1*

*elif random<0.5:*

*xson=xson+1*

*elif random<0.75:*

*yson=yson-1*

*else:*

*yson=yson+1*

*R=math.sqrt(pow((xson-xilk),2)+pow((yson-yilk),2))*

*Rlist.append(R)*

*sqrtNlist.append(math.sqrt(i))*

*print("Adim sayisi: ",int(i))*

*print("Orjine olan uzaklik: ",int(R))*

*print(50\*"-")*

*print("Bulunulan son nokta: ")*

*print("x: ", xson)*

*print("y: ", yson)*

*plt.xlabel('Adim sayisi (Karekök N)')*

*plt.ylabel('Orjine olan uzaklık (R)')*

*plt.title('2D rastgele adım teorisi için R ve Karekök N karşılaştırması')*

*x1=np.array(sqrtNlist)*

*y1=np.array(Rlist)*

*plt.plot(x1,y1,'r')*

*plt.show()*

***3D Rastgele Adım Python Kodu (Grafik ile beraber)***

*import matplotlib.pyplot as plt*

*import numpy as np*

*from numpy.random import seed, rand*

*from random import choice*

*from datetime import datetime, date, time*

*import math*

*N=int(input("Adim sayisini giriniz: "))*

*xilk=0*

*yilk=0*

*zilk=0*

*xson=0*

*yson=0*

*zson=0*

*R=0*

*Rlist=[0]*

*sqrtNlist=[0]*

*random=rand(N)*

*for i in range(N):*

*datetime=datetime.now()*

*seed(datetime.microsecond%1000)*

*random=rand()*

*if random<0.17:*

*xson=xson-1*

*elif random<0.34:*

*xson=xson+1*

*elif random<0.51:*

*yson=yson-1*

*elif random<0.68:*

*yson=yson+1*

*elif random<0.85:*

*zson=zson-1*

*else:*

*zson=zson+1*

*R=math.sqrt(pow((xson-xilk),2)+pow((yson-yilk),2)+pow((zson-zilk),2))*

*Rlist.append(R)*

*sqrtNlist.append(math.sqrt(i))*

*print("Adim sayisi: ",int(i))*

*print("Orjine olan uzaklik: ",int(R))*

*print(50\*"-")*

*print("Bulunulan son nokta: ")*

*print("x: ", xson)*

*print("y: ", yson)*

*print("z: ", zson)*

*plt.xlabel('Adim sayisi (Karekök N)')*

*plt.ylabel('Orjine olan uzaklık (R)')*

*plt.title('3D rastgele adım teorisi için R ve Karekök N karşılaştırması')*

*x1=np.array(sqrtNlist)*

*y1=np.array(Rlist)*

*plt.plot(x1,y1,'b')*

*plt.show()*